

GEOMETRÍA DE CHICLE

Cuando hablamos de geometría enseguida nos vienen a la memoria cuerpos geométricos, medidas y cálculos sobre ellas. Se nos hace difícil poder imaginar una geometría en la que no se mida y en la que los números están prácticamente desterrados. Pero esa geometría existe, no es un ejercicio de imaginación. En realidad acabó siendo tan diferente a la geometría habitual que se denominó Topología, que viene a significar algo así como el estudio de los lugares. En ella no importa si dos figuras tienen o no el mismo tamaño o la misma forma para que sean estudiadas como una sola.

por Lolita Brain



LEONARD EULER (1707-1783)

Las primeras menciones históricas a una geometría sin medidas, procede de Leibnitz quien la llamó *Analysis Situs* (geometría de posición). Sin embargo quien realmente propuso topológicamente -y resolvió- el primer problema topológico de la historia fue el suizo Euler en un artículo de 1726. En él resolvió el famoso problema de *Los puentes de Königsberg*. Posteriormente encontró la valiosísima Fórmula de Euler entre otros resultados.

$$\text{vértices} + \text{caras} = \text{aristas} + 2$$

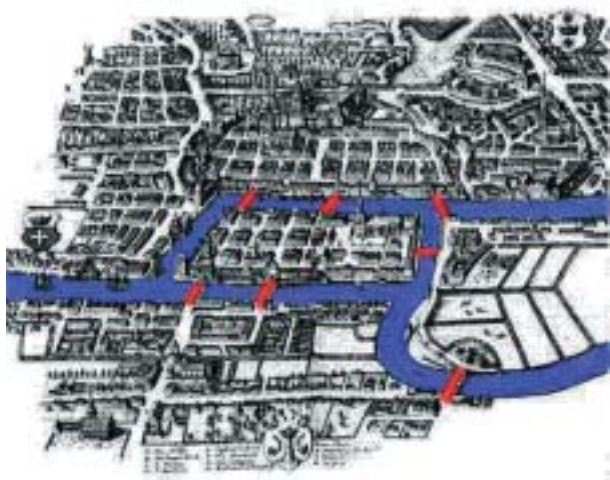
Fórmula de Euler



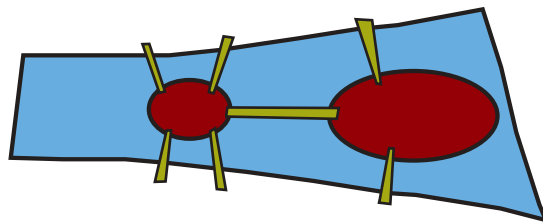
DODECAEDRO
CARAS (12) + VÉRTICES (20) = ARISTAS (30) + 2

La famosísima FÓRMULA DE EULER, nació del estudio que realizó éste de los poliedros. Resulta curioso que habiendo sido estudiados casi al completo por Arquímedes, nadie hubiera caído en el resultado. La fórmula da una relación entre el número de vértices, aristas y caras de los poliedros. Después se demostró que sirve para muchos más cuerpos y que este valor depende del género topológico de la figura

LOS PUENTES DE KÖNINGSBERG

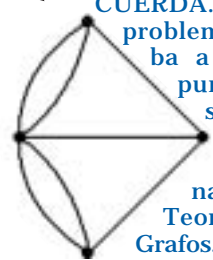


La ciudad alemana de Königsberg es muy peculiar: tiene dos islas centrales sobre el río Pregel que se unen a tierra firme por siete puentes. El problema sugiere la siguiente pregunta: ¿Es posible recorrer los siete puentes sin pasar dos veces por el mismo puente? A pesar de que la pregunta parece trivial, no lo es en absoluto. Euler se dio cuenta de que aunque parece un problema de geometría, por ningún lado intervienen distancias, longitudes o medidas. Observó que lo importante era la relación existente entre los puntos y los caminos.



La solución de Euler es negativa: NO es posible cruzar los siete puentes sin pasar alguna vez dos veces por el mismo puente. De hecho su solución es mucho más general, ya que afirma que en todo grafo en el que haya algún vértice en el que confluyan un número impar de caminos, no podrá recorrerse sin pasar dos veces por el mismo sitio.

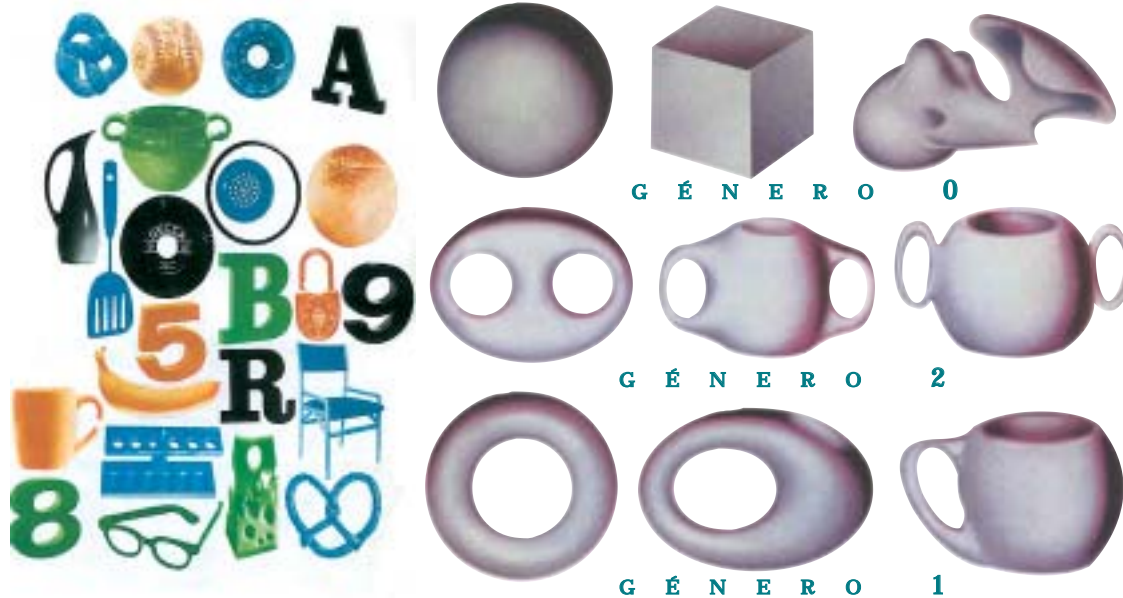
A partir de un esquema de los puentes, Euler estudió el gráfico adjunto, en el que los puentes son vértices de un NUDO, y los caminos son SEGMENTOS DE CUERDA. Así el problema pasaba a ser de puntos y segmentos. Había nacido la Teoría de Grafos.



Uno de los aspectos que estudia la topología es el INTERIOR y el EXTERIOR de los cuerpos. Por ejemplo, si trazas una circunferencia, ésta divide el plano en dos partes: una interior y otra exterior a la curva. Para pasar de un lado al otro, es necesario cruzar la circunferencia. Sin embargo en multitud de ocasiones la intuición nos engaña. Por ejemplo, todos diríamos que un chaleco está dentro de una chaqueta, y que sin quitarse la chaqueta, es imposible deshacerse del chaleco. ¿Seguro? Echa un vistazo a la secuencia de la izquierda. Como ves el hábil mago, demuestra lo que la topología ya sabía: que el chaleco nunca estuvo en el interior de la chaqueta.



FIGURAS HOMEOMORFAS



Una de las ideas fundamentales de la topología es la idea de figuras HOMEOMORFAS. La idea intuitiva es sencilla. Puesto que esta rama de las matemáticas estudia una geometría en la que lo importante son las posiciones relativas entre los puntos de los cuerpos, es claro que si imaginamos los objetos geométricos fabricados con plastilina, las deformaciones que hagamos con ellos -por estiramiento o compactamiento pero sin rotura- generan nuevos cuerpos en los que los puntos que estaban próximos entre sí siguen estándolo. Para la topología esos cuerpos son iguales y se les denomina homeomorfos.

ORIENTACIÓN

Otro de los problemas que estudia la topología es el de la orientación de los espacios. La orientación topológica recoge la misma idea que tenemos todos: habla de izquierda y derecha o arriba y abajo. Pero en topología se estudian cuerpos asombrosos en los que la derecha puede convertirse en la izquierda: por ejemplo la Cinta de Möbius de la derecha es un espacio en el que una manopla diestra, tras recorrer la cinta completamente, se convierte en una manopla izquierda ¡sólo por cambiar de sitio en la cinta! Asombroso.