SOLUCIONARIO DEL SEGUNDO PARCIAL CEPREUNI 2009-II
(TIPO DE TEMA Q)

FÍSICA

RESOLUCIÓN 01:

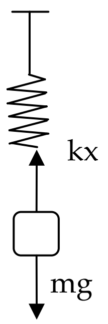
Dato: T=2

Sabemos: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

Entonces: $2 = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

$$\frac{1}{\pi} = \sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow \frac{m}{K} = \frac{1}{\pi^2}$$

Luego en equilibrio



$kx = mg$

$x = \dfrac{m}{k}g$

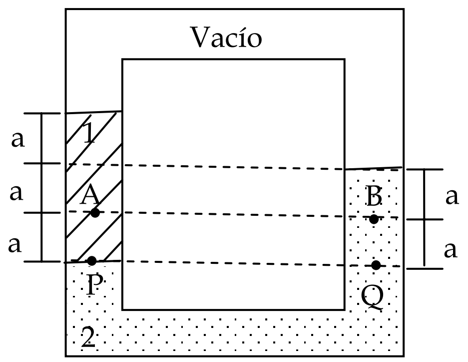
$x = \dfrac{1}{\pi^2}g$

$x = 0,994$ m

$x = 99,4$ cm

Respuesta: E

RESOLUCIÓN 02:



i) $P_p = P_Q$

$\rho_1\ g\ (3a) = \rho_2\ g\ (2a)$

$\dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{2}{3}$

ii) $P_A = \rho_1\ g\ (2a)$............ (1)

$P_B = \rho_2\ g\ (a)$............... (2)

$(i) \div (ii)$

$$\frac{P_A}{P_B} = \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)2$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \left(\frac{2}{3}\right)2 = \frac{4}{3}$$

Respuesta: C

RESOLUCIÓN 03:

Para todo el ciclo:

$Q = W + \Delta V$

$$Q = \frac{2x10^{-6}x3x10^{5}}{2} + 0$$

$Q = 0,3$ J

Respuesta: A

RESOLUCIÓN 04:

$a_{max} = \omega^2 A$

$a_{max} = (2\pi f)^2 A$

$98 = (2\pi f)^2\, 1,5 \times 10^{-2}$

$12,87$ Hz $= f$

Respuesta: A

RESOLUCIÓN 05:

Con A: $\beta_A = 10 \log \dfrac{I_A}{I_O}$

Con B: $\beta_B = 10 \log \dfrac{I_B}{I_O}$

Dato: $\beta_A - \beta_B = 5$

$$10\log\frac{I_A}{I_O} - 10\log\frac{I_B}{I_O} = 5$$

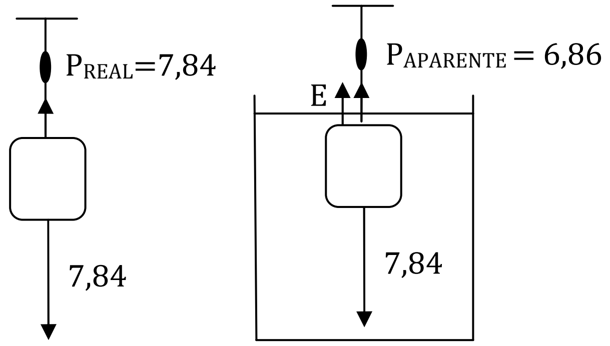
$$10\left(\log\frac{I_A}{I_O} - \log\frac{I_B}{I_O}\right) = 5$$

$$10\log\left(\frac{I_A}{I_B}\right) = 5$$

$$\log\left(\frac{I_A}{I_B}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow 10^{1/2} = \frac{I_A}{I_B}$$

Respuesta: B

RESOLUCIÓN 06:



$\therefore$ E = 0,98

Luego:

$$E = \rho\, g\, V_S$$

$$0{,}98 = 10^3 \text{ x } 10 \text{ x } V_S$$

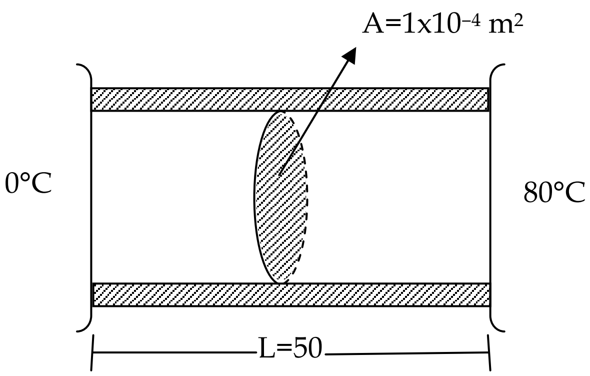
$$9{,}8\text{x}10^{-5}\ m^3 = V_S$$

$$98\ cm^3 = V_S$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{7{,}84}{9{,}81(9{,}8x10^{-5})} = 8143\frac{kg}{m^3}$$

Respuesta: D

RESOLUCIÓN 07:



$$H = \frac{kA\Delta T}{L}$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{kA(T_f - T_o)}{L}$$

$$\frac{10x80x4{,}18}{8(60)} = \frac{k(10^{-4})(80)}{0{,}5}$$

$$435{,}4\frac{W}{m°C} = K$$

Respuesta: D

RESOLUCIÓN 08:

$$\frac{P_oV_o}{T_o} = \frac{P_fV_f}{T_f}$$

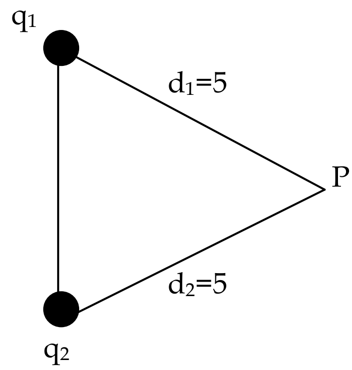
$$\frac{(1atm)\ V_o}{(293\ K)} = \frac{P_f\ (0{,}5\ V_O)}{373}$$

$$2{,}54 = P_f$$

Respuesta: B

RESOLUCIÓN 09:

$$V_{total} = V_1 + V_2$$



$$V_{total} = \frac{kq_1}{d_1} + \frac{kq_2}{d_2}$$

$$= 9x10^9\left(\frac{0{,}5x10^{-6}}{5} + \frac{(-0{,}25x10^{-6})}{5}\right)$$

$$= 9x10^9\left(0{,}10x10^{-6} - 0{,}05x10^{-6}\right)$$

$$= 9x10^3\left(0{,}05\right) = 450$$

Respuesta: C

QUÍMICA

RESOLUCIÓN 10:

I.- (F) La tensión superficial (γ) se presenta a cualquier temperatura.
II. (F) La tensión superficial (γ) disminuye al aumentar la temperatura.
III. (V) La tensión superficial (γ) se debe a las fuerzas intermoleculares en la superficie de un líquido.
La correcta es solo III.

Respuesta: C

RESOLUCIÓN 11:

Con respecto a las soluciones:
I. (V) Las partículas de la fase dispersa tienen un tamaño de diámetro menor a 1nm.
II. (F) El movimiento browniano se presenta en movimiento zig- zag de las partículas de la fuerza dispersa en un coloide, no en una solución.
III. (F) Las soluciones forman mezclas homogéneas.
VFF

Respuesta: E

RESOLUCIÓN 12:

Concentración molar =

(#mol Soluto)/(Volumen Solución (L))

Datos: Concentración Molal = 0,552 mol/kg

Densidad solución = 1,62 g/mL

por cada 1000 g (1kg) de agua hay 0,552 mol de soluto $C_6H_{12}O_6$ ($\overline{M}$ =180,2) cuya masa es 0,552 x 180,2 = 99,4704 g, hacen una masa de 1000 + 99,36 = 1099,4704 g para la solución.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$1,62 = \frac{1099,4704}{V} \Rightarrow V = 678,685mL = 0,678685L$$

Luego:

$$\text{Concentración Molar} = \frac{0,552mol}{0,678685L} = 0,81mol/L$$

Respuesta: E

RESOLUCIÓN 13:

Sea el proceso:

EC	$NH_4CO_2NH_{2(s)} \rightleftharpoons 2NH_{3(g)} + CO_{2(g)}$		
EQ	-----------	2P	P

Para la mezcla en equilibrio:
$P_{total} = 3P = 0,23$ atm.
Además:

$$Kp = (P_{NH_3})^2 (P_{CO_2})$$

$$Kp = (2P)^2 (P) = 4P^3 = 4\left(\frac{0,23}{3}\right)^3$$

$$Kp = 1,80x10^{-3}$$

Respuesta: D

RESOLUCIÓN 14:

Al balancear la ecuación iónica

$$\overset{0}{Cu}_{(s)} + \left(\overset{5+}{N}O_3\right)^{1-}_{(ac)} + H^{1+}_{(ac)} \rightarrow \overset{2+}{Cu}_{(ac)} + \overset{2+}{N}O_{(g)} + H_2O_{(l)}$$

3(−2e)

2(+3e)

Se tiene:

$$3Cu_{(s)} + 2\left(NO_3\right)^{-1} + H^{1+} \rightarrow 3\overset{2+}{Cu}_{(ac)} + 2NO_{(g)} + H_2O_{(l)}$$

Balance de cargas:

$$3Cu_{(s)} + 2\left(NO_3\right)^{-1} + 8H^{1+} \rightarrow 3\overset{2+}{Cu}_{(ac)} + 2NO_{(g)} + 4H_2O_{(l)}$$

$\Rightarrow \sum_{coef} = 3+2+8+3+2+4 = 22$

Respuesta: C

RESOLUCIÓN 15:

Como el recipiente es rígido no varía su volumen.

Condición inicial:	Condición final:
P_1 = 100%	P_2 = 60 %
T_1 = 100%	T_2 = 80 %
m_1 = 100%	m_2 = x

Se usará la relación:

$$PV = RTn$$

$$PV = RT\frac{m}{\overline{M}} \Rightarrow \frac{\overline{M}V}{R} = \frac{Tm}{P} = K$$

$$\frac{T_1 m_1}{P_1} = \frac{T_2 m_2}{P_2}$$

$$\frac{100\%.100\%}{100\%} = \frac{80\%.x}{60\%} \Rightarrow x = 75\%$$

Entonces se ha perdido 100%–75%=25%

Respuesta: A

RESOLUCIÓN 16:

$$1C_2H_5OH_{(l)} + 3O_{2(g)} \rightarrow 2CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$$

Sustancias	C_2H_5OH	O_2
Relación	1x46 g	3 mol
Dato	235 g	n

$\Rightarrow$ n = $\frac{235x3}{46}$ mol = 15,326 mol de O_2

En el aire hay 21% de moles de O_2

15,326 moles ——— 21%

n ——— 100%

$\Rightarrow$ n = $\frac{15,326x100}{21}$ = 72,98 mol de aire

Luego se aplica

PV = RTn

T = 40°C+273=313K

P = 775 mmHg

775.V = 62,4 x 313 x 72,98

V = $\frac{62,4x313x72,98}{775}$ = 1839,2L

Respuesta: D

ARITMÉTICA

RESOLUCIÓN 17:

Por defecto D, d, q, r

Por exceso D, d, q+1, d–r

r–(d–r) = $\frac{d}{4} \Rightarrow$ 2r=$\frac{5}{4}$d$\Rightarrow$ $\frac{r}{d} = \frac{5}{8} \Rightarrow$ r = 5k, d = 8k

$\left.\begin{array}{l} q = x^3 \\ q+1 = (x+1)^2 \end{array}\right\}$ Resolviendo: x = 2 , q = 8

D = d q + r $\Rightarrow$ D = 8k . 8 + 5k = 69k

Por dato: D = $\overline{abc} \Rightarrow 100 \leq 69k < 1000$

k = $\underbrace{2, 3, 4, \ldots, 14}_{\text{13 valores}}$

Respuesta: B

RESOLUCIÓN 18:

a) Ø(p)=p – 1 si "p" es primo (V)

b) Si m < n enteros positivos entonces:

Ø(m) < Ø(n) (F)

Ejemplo: 7 < 8

Ø(7) = 7 – 1 = 6

Ø(8) = 2^{3-1} x (2 – 1) = 4

Ø(7) < Ø(8)

6 < 4 (No cumple)

c) Si "n" es par positivo, Ø(n)≤n/2 (V)

Respuesta: E

RESOLUCIÓN 19:

Evento A: Lanzar un dado y darle al globo

$$P(A) = 0,3 = \frac{3}{10}; P(A^C) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$$

1er Caso: Darle a la primera:

$$P(A) = \frac{3}{10} = 0,3$$

2do Caso: Darle a la segunda:

$$P(A^C)xP(A) = \frac{7}{10}x\frac{3}{10} = \frac{21}{100} = 0,21$$

3er Caso: Darle a la tercera:

$$P(A^C)xP(A^C)xP(A) = \frac{7}{10}x\frac{7}{10}x\frac{3}{10} = \frac{147}{1000} = 0,147$$

Probabilidad de darle al globo en máximo tres lanzamientos:

0,3+0,21+0,147=0,657

Respuesta: E

RESOLUCIÓN 20:

$\overline{daea} = \overline{ababa}_{(7)}$

$d + a + e + a = 10 \qquad a + b + a + b + a = 7$

$2a + d + e = 10 \qquad 3a + 2b = 7$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \downarrow \quad \downarrow$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 1 \quad 2$

$\overline{daea} = 12121_7$

$\overline{daea} = 3151$

Expresado en base 9:

$3151 = 4281_{(9)}$

$S_{cifras} = 4 + 2 + 8 + 1 = 15$

Respuesta: E

RESOLUCIÓN 21:

$$E = (5+55+555+\ldots+\overbrace{555\ldots555}^{40\text{ dígitos}})+$$
$$(9+99+999+\ldots+\underbrace{999\ldots999}_{40\text{ dígitos}})$$

$$E = 5(1+11+111+\ldots+\overbrace{111\ldots111}^{40\text{ dígitos}})+$$
$$9(1+11+111+\ldots+\underbrace{111\ldots111}_{40\text{ dígitos}})$$

$$E = 14(1+11+111+\ldots+\underbrace{111\ldots111}_{40\text{ dígitos}})$$

$$E = \frac{14}{9}(9+99+999+\ldots+\underbrace{999\ldots999}_{40\text{ dígitos}})$$

$$E = \frac{14}{9}(10^1-1+10^2-1+10^3-1+\ldots+10^{40}-1)$$

$$E = \frac{14}{9}\left(\frac{10^{41}-1}{10-1}-1-1x40\right)$$

$$E = \frac{14}{9}\left(\frac{10^{41}-1}{9}-41\right) \Rightarrow E = \frac{14}{9}\left(\frac{10^{41}-370}{9}\right)$$

$$E = \frac{140}{81}\left(10^{40}-37\right)$$

Respuesta: B

ÁLGEBRA

RESOLUCIÓN 22:

I. (F)

Sean $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ matrices triangulares

Luego $AB = \begin{pmatrix} 35 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ no es triangular

II. (V) por propiedad, si A es simétrica entonces $A^n (n\in\mathbb{N})$ es simétrica

III. (V) por propiedad

$$A = \underbrace{\frac{A+A^T}{2}}_{\substack{\text{Matriz} \\ \text{Simétrica}}} + \underbrace{\frac{A-A^T}{2}}_{\substack{\text{Matriz} \\ \text{Antisimétrica}}}$$

Respuesta: D

RESOLUCIÓN 23:

Es dado $z = x + iy$

Del gráfico dado, las ecuaciones de las circunferencias son:

$$(x-1)^2 + y^2 = 2^2 \quad \text{y} \quad (x-3)^2 + (y-2)^2 = 2^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + y^2} = 2 \quad \text{y} \quad \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = 2^2$$

$$\Rightarrow |z-1| = 2 \qquad \text{y} \qquad |z-3-2i| = 2$$

Luego la región sombreada se genera de las relaciones: $|z-1| \le 2 \wedge |z-(3+2i)| \le 2$

Respuesta: B

RESOLUCIÓN 24:

Es dada la ecuación:

$$2^{4x}-2^{3x+4}+96.2^{2x}-2^{x+8}+256 = 0$$

Haciendo $2^x = m$ se tiene:

$$m^4-16m^3+96m^2-256m+256 = 0$$

Factorizando por aspa doble especial:

$(m^2-8m+16)(m^2-8m+16) = 0$

$$(m-4)^4 = 0$$

$$m = 4$$

Pero $m = 2^x$ entonces $x = 2$

Por tanto: $x^4+x^3-x = 22$

Respuesta: D

RESOLUCIÓN 25:

Es dado $P_{(x)} = x^4-4x^3+14x^2-36x+45$

Factorizando por aspa doble especial se tiene:

$$P_{(x)} = (x^2+9)(x^2-4x+5)$$

Para determinar las raíces hacemos:

$x^2+9 = 0 \Rightarrow x = 3i$ ó $x = -3i$

$x^2-4x+5 = 0 \Rightarrow x = 2-i$ ó $x = 2+i$ (raíz dada)

Finalmente los ceros (raíces) que se piden son:

3i; −3i; 2−i

Respuesta: D

RESOLUCIÓN 26:

Téngase en cuenta

$\mathbb{R}e(z+w) = \mathbb{R}e(z) + \mathbb{R}e(w)$

$\mathbb{I}m(z+w) = \mathbb{I}m(z) + \mathbb{I}m(w)$

Luego:

- $\mathbb{I}m\left(\frac{w_1^2}{w_1^2+w_2^2}\right)+\mathbb{I}m\left(\frac{w_2^2}{w_1^2+w_2^2}\right)$

$$= \mathbb{I}m\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{w_1^2+w_2^2}\right) = \mathbb{I}m\,(1+0i) = 0$$

- $\mathbb{R}e\left(\frac{w_1^2}{w_1^2+w_2^2}\right)+\mathbb{R}e\left(\frac{w_2^2}{w_1^2+w_2^2}\right)$

$$= \mathbb{R}e\left(\frac{w_1^2+w_2^2}{w_1^2+w_2^2}\right) = \mathbb{R}e(1+0i) = 1$$

Entonces: $w = 0$

Por tanto: $w^2+w+1 = 1$

Respuesta: B

RESOLUCIÓN 27:

I. (V) Por propiedad $Log_b x.Log_c b = Log_c x$

II. (V), en efecto

$$Lnx = \sum_{k=1}^{n} Ln\left(\frac{1}{\sqrt{k(k+1)}}\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} Ln\left(\frac{1}{k(k+1)}\right)^{1/2} \text{ pero } \sum_{k=1}^{n} ca_k = c.\sum_{k=1}^{n} a_k$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} Ln\left(\frac{1}{k(k+1)}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left\{Ln\left(\frac{1}{1x2}\right)+Ln\left(\frac{1}{2x3}\right)+\ldots+Ln\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{Ln\left(\frac{1}{(1x2)(2x3)\ldots(n(n+1))}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{Ln\left(\frac{1}{n!(n+1)!}\right)\right\} pero\,(n+1)! = (n+1)n!$$

$$= \boxed{\frac{1}{2}}Ln\left(\frac{1}{(n!)^2(n+1)}\right)$$

$$= Ln\frac{1}{n!\sqrt{n+1}} \Rightarrow x = \frac{1}{n!\sqrt{n+1}}$$

III. (F) Para y>x no verifica

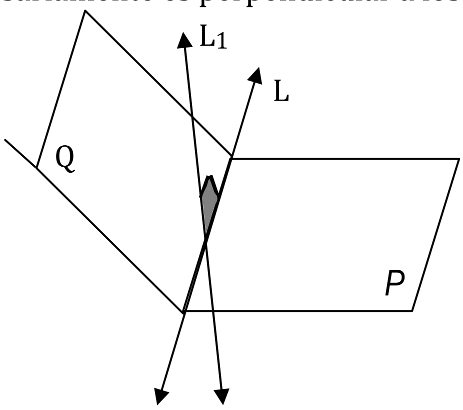
Respuesta: B

GEOMETRÍA

RESOLUCIÓN 28:

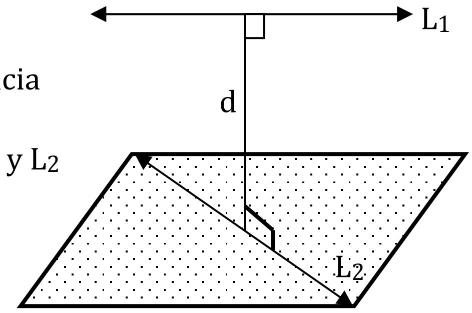
I) Falso; ya que al triedro que tiene dos caras que miden 90 ° se le denomina birectángulo.

II) Falso; en el gráfico se observa a dos planos no paralelos (secantes), y a una recta perpendicular a la intersección; dicha recta no necesariamente es perpendicular a los planos.



III. Verdadero; la distancia entre dos rectas que se cruzan es la longitud del segmento perpendicular a ambas.

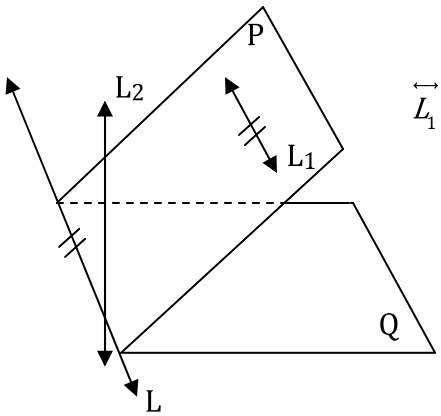
d: Distancia entre las rectas L_1 y L_2



Respuesta: B

RESOLUCIÓN 29:

I) Falso; si una recta está contenida en una de las caras de un diedro; dicha recta puede ser paralela o secante a la otra cara; ejemplo:

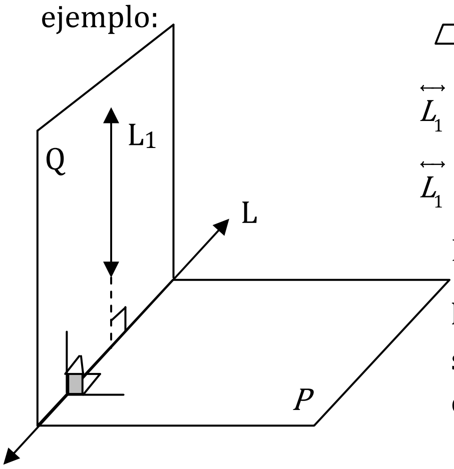


$\overleftrightarrow{L_1} \subset$ ▱P; $\overleftrightarrow{L_2} \subset$ ▱P

Se observa

$\overleftrightarrow{L_1}$ // ▱Q; $\overleftrightarrow{L_2}$ $\not\parallel$ ▱Q

II) Falso; ya que la proyección de una recta contenida en una de las caras de un diedro sobre la otra cara puede ser un punto; ejemplo:



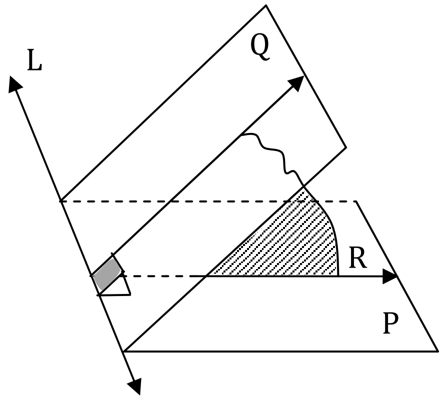
▱P ⊥ ▱Q

$\overleftrightarrow{L_1} \subset$ ▱Q

$\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L}$

Entonces la proyección de $\overleftrightarrow{L_1}$ sobre el ▱P es el punto N

III) Verdadero, si un plano es perpendicular a las caras de un diedro necesariamente es perpendicular a la arista



▱R ⊥ ▱P
▱R ⊥ ▱Q
Entonces:
▱R ⊥ $\overleftrightarrow{L}$
$\overleftrightarrow{L}$: Arista del ángulo diedro

Respuesta: C

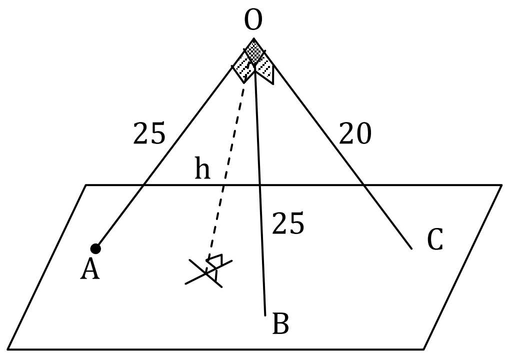
RESOLUCIÓN 30:

Sean:

O : Posición del avión

A, B, C : Las ciudades.

h : Altura del avión



Observe que se determina un triedro trirectángulo; por propiedad:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{25^2} + \frac{1}{25^2} + \frac{1}{20^2}$$

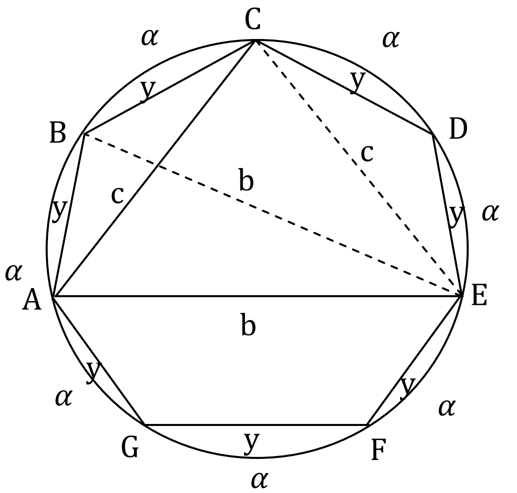
Operando: h = 13,24

Respuesta: C

RESOLUCIÓN 31:

Piden 2p (2p: perímetro del heptágono)

Dato: $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{6} \rightarrow 6(b + c) = bc$



Ahora se observa que:

$AE = BE = b$ $\qquad$ $(m\ \widehat{AFE} = m\ \widehat{BDE} = 3\alpha)$

$AC = CE = c$ $\qquad$ $(m\ \widehat{ABC} = m\ \widehat{CDE} = 2\alpha)$

Por el teorema de Ptolomeo (□ ABCE)

$$b\,c = y\,c + y\,b$$

$$6(b + c) = y\,(b + c) \rightarrow y = 6$$

$\therefore 2p = 7y = 42$

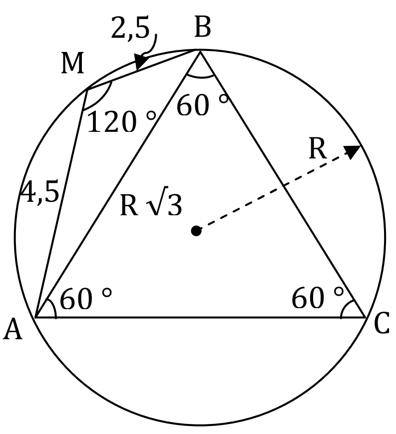
Respuesta: C

RESOLUCIÓN 32:

Piden R del gráfico se observa:

$AB = L3 = R\sqrt{3}$.......(△ ABC: equilátero)

$m \measuredangle AMB = 120°$.......(□ AMBC: inscrito)



Por ley de cosenos (△ AMB).

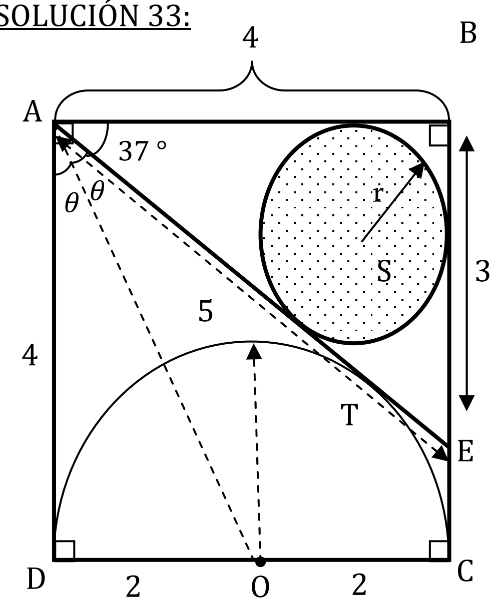
$$(R\sqrt{3})^2 = (4,5)^2 + (2,5)^2 - 2(4,5)(2,5)\underbrace{\cos 120}_{-1/2}$$

Operando:

$R = 3,54$

Respuesta: C

RESOLUCIÓN 33:



Piden $S = \pi r^2$

Tracemos $\overline{AO}$ y se observará:

$\overline{AO}$: Bisectriz del $\measuredangle$ DAT

$\theta = 53°/2$........ (△ ADO: AD = 2(DO))

Luego se deduce:

$AE = 5$ y $BE = 3$ $\quad$ (△ ABE: 37° y 53°)

Por teorema de Poncelet: (△ ABE)

$4 + 3 = 5 + 2r \rightarrow r = 1$

$\therefore S = \pi(1)^2 = \pi$

Respuesta: B

TRIGONOMETRÍA

RESOLUCIÓN 34:

Definido F para:

$$-1 \leq \left| |x| - 3 \right| - 1 \leq 1$$

$$0 \leq \left| |x| - 3 \right| \leq 2$$

$$-2 \leq |x| - 3 \leq 2$$

$$1 \leq |x| \leq 5$$

Luego Dom(F)=[−5,−1]U[1,5]

Respuesta: D

RESOLUCIÓN 35:

De identidades trigonométricas, recordemos:

$sen^6x+cos^6x = 1-3sen^2xcos^2x$

$sen^4x+cos^4x = 1-2sen^2xcos^2x$

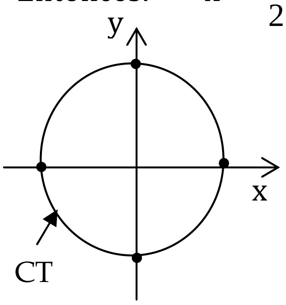
Reemplazando:

$2-5sen^2xcos^2x = 2$

$sen^2xcos^2x = 0$

Luego: $senx = 0 \ \vee \ cosx = 0$

Entonces: $x = \frac{\pi}{2}k;\ k \in Z$, evaluando:

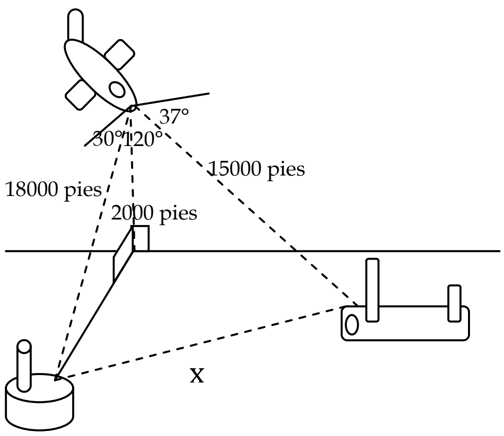


$$\begin{cases} k = 0 \Rightarrow x = 0 \\ k = 1 \Rightarrow x = \pi/2 \\ k = 2 \Rightarrow x = \pi \\ k = 3 \Rightarrow x = 3\pi/2 \\ k = 4 \Rightarrow x = 2\pi \end{cases}$$

Suma de raíces es 5π

Respuesta: C

RESOLUCIÓN 36:



Planteamos teorema de cosenos:

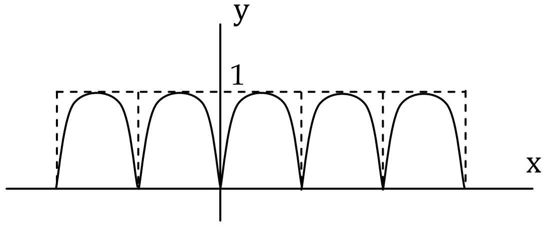
$x^2 = (18000)^2 + (15000)^2 - 2(18000)(15000)\cos 120^\circ$

$\therefore x = 28610$, aprox

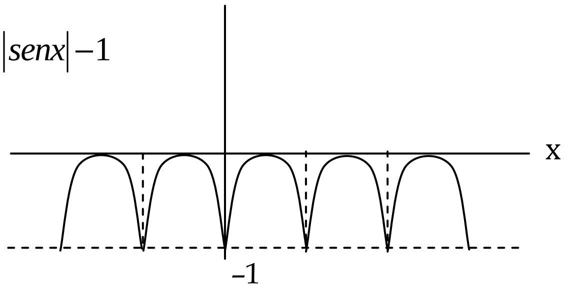
Respuesta: D

RESOLUCIÓN 37:

Armamos $|senx|$



Luego desplazamos 1 unidad, abajo.



Respuesta: B

RESOLUCIÓN 38:

$E = \frac{1+3senx}{1-3senx}+1-1$, tenemos

$\Rightarrow \frac{2}{1-3senx}-1$

Luego
$$\begin{aligned} -1 &< senx < 0 \\ -3 &< 3senx < 0 \\ 0 &< -3senx < 3 \\ 1 &< 1-3senx < 4 \\ \frac{1}{2} &< \frac{2}{1-3senx} < 2 \end{aligned}$$

Finalmente:

$$\frac{-1}{2} < E < 1$$

Respuesta: A

39:D 40:B 41:D 42:B 43:A 44:E
45:A 46:B 47:D 48:E 49:C 50:B
51:A 52:B