EUREKA

EL PRIMER GRUPO DE ESTUDIO UNI

SOLUCIONARIO DEL PRIMER PARCIAL EUREKA 2010-I

SOLUCIONARIO

Aritmética:

01. Por ser simétrica:

$h_1 = h_5 \Rightarrow x = 1 - 4x \Rightarrow x = \dfrac{1}{5}$

$h_2 = h_4 \Rightarrow 6k - x = 4x - 14k$

$20k = 5x \Rightarrow k = \dfrac{1}{20}$

$I_4 = [c; d\rangle \Rightarrow f_4 = h_4 . 640$

$\left(\dfrac{6}{20} - \dfrac{1}{5}\right) . 640 = 64$

CLAVE C

02. $\dfrac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = 8 \Rightarrow$

$a + b - 2\sqrt{ab} = 16$

$(\sqrt{a} - \sqrt{b})2 = 16 \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = 4$ .....(+)

$a - b = 32 \Rightarrow (\sqrt{a} +)(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 32$

$\Rightarrow \sqrt{a} + \sqrt{b} = 8$ ..... (**)

Resolviendo (*) y (**):

$\sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 36$

$\sqrt{b} = 2 \Rightarrow b = 4$

$MH = \dfrac{2ab}{a+b} = 7,2$

CLAVE E

03. (100 – a)% (100 + a)% = (100 – 5,29)%

$$\frac{(100 - a)}{100} . \frac{(100 + a)}{100} = \frac{94,71}{100}$$

$100^2 - a^2 = 9471 \Rightarrow a^2 = 529$

$a = 23$

CLAVE B

04. $\begin{cases} 20 \rightarrow 4 \text{ agua; } 16 \text{ alcohol} \\ 50 \rightarrow 15 \text{ agua; } 35 \text{ alcohol} \\ h \text{ agua} \end{cases}$

$$\frac{16+35}{4+15+n} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = 15$$

CLAVE D

05. $\dfrac{C_1 + C_2}{2} = 135000 \Rightarrow$

$C_1 + C_2 = 270000$ ...... (*)

$C_1 + C_1 . 0,48 . \dfrac{7}{12} = C_2 + C_2 . 0,72 . \dfrac{7}{12}$

$1; 28\ C_1 = 1,42\ C_2 \Rightarrow \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{71}{64}$......(**)

Resolviendo: (*) y (**)

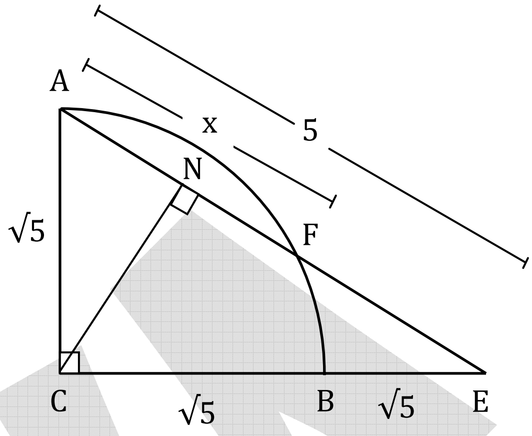
$C_1 = 142000$, $C_2 = 128000$

Piden: 142000 – 128000 = 14000

CLAVE D

Geometría:

06. Piden: AF = x



Se traza $\overline{CN}$ y se deduce:

$AN = NF = \dfrac{x}{2}$

Por relaciones métricas:

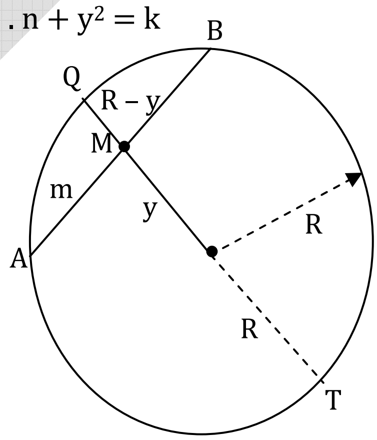
$\sqrt{5}^2 = 5.\dfrac{x}{2}$

$x = 2$

CLAVE C

07. Piden: R

DATO: $m . n + y^2 = k$



Prolongamos a $\overline{MO}$ hasta cortar a la circunferencia en Q y T. Luego por el teorema de las cuerdas:

$(R - y)(R + y) = mn$

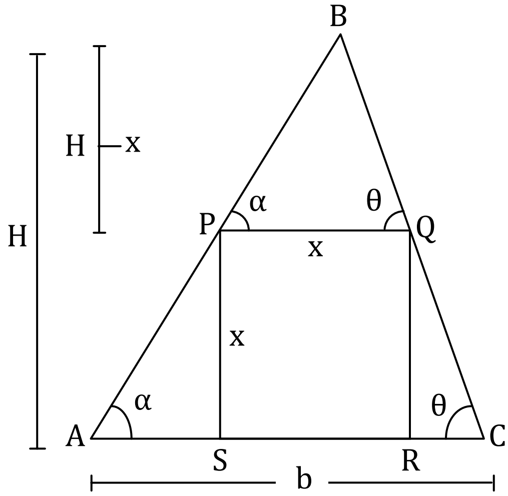
$R2 - y2 = mn$

$\rightarrow R^2 = mn + y^2 = k$

$\therefore R = \sqrt{k}$

CLAVE C

08.



Por semejanza de triángulos:

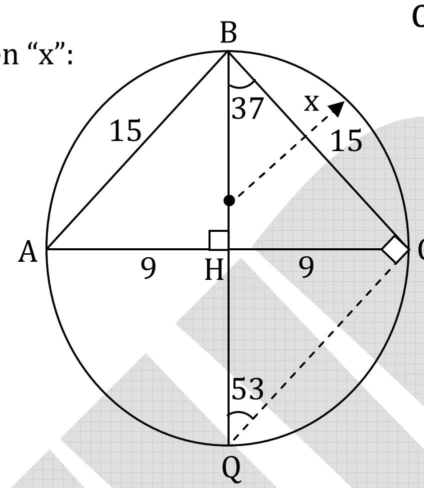
$\frac{x}{b} = \frac{H\text{-}x}{H}$

x.H=bH-bx

$x = \frac{bH}{b+H}$

CLAVE B

09. Piden "x":



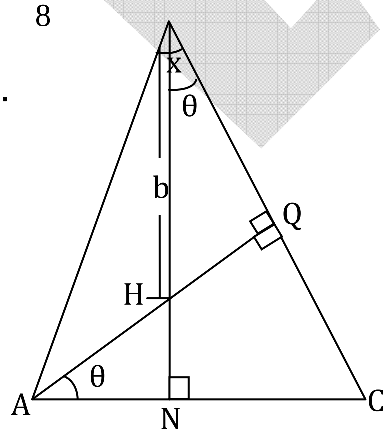
Δ BHC: $m\measuredangle HBC = 37$ ($BC = 15 \wedge HC = 9$)

Δ BCQ: $BQ = 2x = \frac{75}{4}$

$x = \frac{75}{8}$

CLAVE E

10.



Piden: $m\measuredangle B = x$

DATO: $BH = AC = b \wedge H$: Ortocentro

Se observa:

$m\measuredangle QAC = m\measuredangle NBC = \theta$

$\Delta ACQ \cong \Delta BHQ$ ......(A – L – A)

$\rightarrow\ AQ = BQ$

Finalmente Δ AQB es isósceles :

$x = 45$

CLAVE B

Álgebra:

11. $\sqrt{x^2-1} \geq \sqrt{|x-1|}$

(i) $x^2-1 \geq 0 \Rightarrow x^2-1 \geq 0$

$\Rightarrow x^2 \geq 1$

$\Rightarrow x \geq 1 \vee x5 - 1$

$\Rightarrow x \in \langle -\infty; -1] \cup [1; \infty\rangle = I_1$

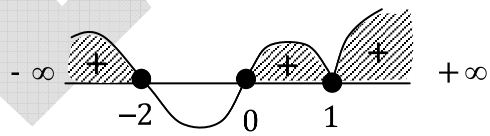
(ii) $\left(\sqrt{x^2-1}\right)^4 \geq \left(\sqrt{|x-1|}\right)^4$

$(x^2-1)^2 \geq (x-1)^2$

$(x+1)^2 . (x-1)^2 - (x-1)^2 \geq 0$

$(x-1)^2 . [(x+1)^2 - 1] \geq 0$

$(x-1)^2 . (x+2) . (x) \geq 0$



$x \in \langle -\infty; -2] \cup [0; \infty\rangle = I_2$

Luego: $A = I, \cap I_2 = \langle -8; -2] \cup [1; 8\rangle$

Por tanto $\mathbb{R}$, $A = \langle -2; 1\rangle$

CLAVE D

12. Sean a y b las raíces, de acuerdo a lo propuesto a ecuación es:

$$x^2 + ax + b = 0$$

Por propiedad, se cumple:

$$\begin{cases} a + b = -a & (1) \\ ab = b & (2) \end{cases}$$

De (2): $b = 0 \vee a = 1$

En (1): $b = 0 \Rightarrow a = 0$

Ó

$a = 1 \Rightarrow b = -2$

CLAVE E

13. $U=\left\{0;\frac{1}{2};1;3;1416;\sqrt{2}\right\}$

•$A=\{x\in U/x\notin\mathbb{N}\wedge x\notin\mathbb{Q}\}\Rightarrow A=\{\sqrt{2}\}$

•$B=\{x\in U/\underbrace{x\in I\vee x\notin\mathbb{Z}}\}\Rightarrow B=\{\sqrt{2};\ 1/2;3;1416\}$

•$C=\{x\in U/x\in\mathbb{Q}\rightarrow x\in\mathbb{N}\}$

$\sim(x\in\mathbb{Q})\vee x$

$x\notin\mathbb{Q}\ \vee x\in\mathbb{N}\Rightarrow C=\{1;\ \sqrt{2}\}$

Luego:

$(A\cap B)-(A\cap C)=\{\sqrt{2}\}-\{1;\sqrt{2}\}=\{\ \}=\varnothing$

Por tanto: $n(\varnothing)=0$

CLAVE A

14. $f(x)=\left[\!\left[\frac{2}{x^2+1}\right]\!\right];x\in\mathbb{R}$

$-\infty<x^2<+\infty$

$0\leq x^2<+\infty$

$1\leq x^2+1<+\infty$

$1\geq\frac{1}{x^2+1}>0$

$2\geq\frac{2}{x^2+1}>0$

$0<\frac{2}{x^2+1}\leq 2$

$\Rightarrow\left[\!\left[\frac{2}{x^2+1}\right]\!\right]\in\{0,1,2\}$

$\Rightarrow f(x)\in\{0,1,2\}$

Por tanto $Ran(f)=\{0, 1, 2\}$

CLAVE B

15. Es dado:

$f(x)=x+\sqrt{x};\ x\in[1;\infty\rangle$

f es la suma de dos funciones crecientes:

⇒ f es creciente

⇒ f es inyectiva

⇒ existe f*

Obtención de f*

(i) Dom(f*) = Ran(f)

Pero f es creciente ⇒ $Ran(f)=[f_{(1)};f_{100}\rangle=[2;\ \infty\rangle$

⇒ $Dom(f^*)=[2;\ \infty\rangle$

(ii) $y=x+\sqrt{x}$

$\frac{1}{4}+y=\sqrt{x}^2+\sqrt{x}+\frac{1}{4}$

$\frac{4y+1}{4}=\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2}\right)^2$

$\frac{\sqrt{4y+1}}{2}=\sqrt{x}+\frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{4y+1}-1}{2}=\sqrt{x}$

$x=\frac{2y+1-\sqrt{4y+1}}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{2x+1-\sqrt{4x+1}}{2}$

CLAVE D

Trigonometría:

16. $tg^3\alpha\ tg\frac{\alpha}{2}=1, 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$

Damos forma:

$Tg^3\alpha=ctg\frac{\alpha}{2}$

$Tg^3\alpha=Csc\alpha+Ctg\alpha$

$\frac{Sen^3\alpha}{Cos^3\alpha}=\frac{1+Cos\alpha}{Sen\alpha}$

$\frac{\cancel{Sen^3}\alpha}{Cos^3\alpha}=\frac{\cancel{Sen\alpha}}{1-Cos\alpha}$

$\underbrace{Sen^2\alpha}_{1-Cos\alpha}(1-Cos\alpha)=Cos^3\alpha$

$1-Cos\alpha-Cos^2\alpha+Cos^3\alpha=Cos^3\alpha$

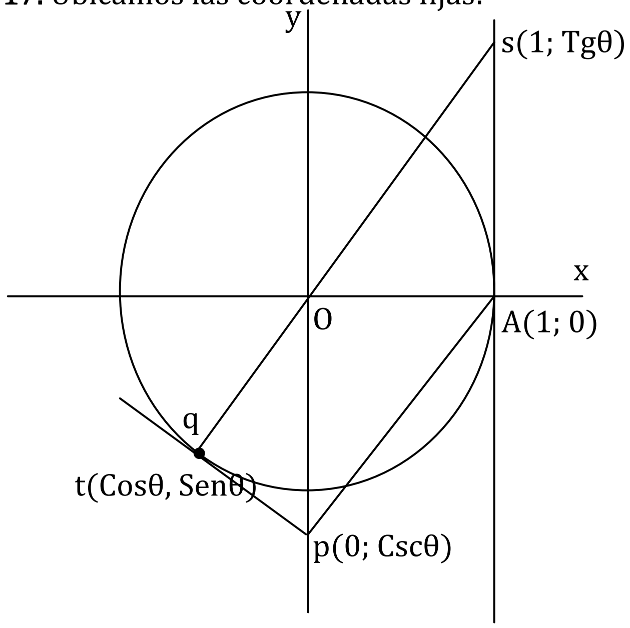
Luego: $Cos^2\alpha+Cos\alpha-1=0$

De donde: $Cos\alpha=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

Piden: $Cos2\alpha=2Cos^2\alpha-1=2-\sqrt{5}$

CLAVE D

17. Ubicamos las coordenadas fijas:



Luego por geometría analítica, calculamos el área:

	1	0
0	1	Tgθ
Senθ	Cosθ	Senθ
0	0	Cscθ
Cscθ	1	0

S = 1/2 (Tgθ + Ctgθ – Cscθ)u^2

CLAVE C

18. Sea:

$$\frac{Cos\theta}{Cos2\theta} = 2Sen20 + Tg20$$

$$= Sen20(2+\frac{1}{Cos20})$$

$$= Sen20\frac{(2Cos20+1)}{Cos20}$$

$$= \frac{2Cos10Sen10(2Cos20+1)}{Cos20}$$

$$= \frac{2Cos10.Sen30}{Cos20}$$

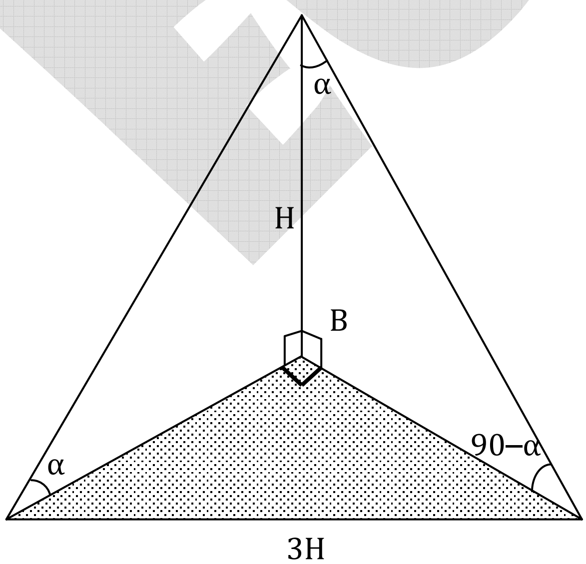
$$= \frac{Cos10}{Cos20}$$

Luego: θ = 10

Reemplazando: E = 2

CLAVE B

19. Expresamos graficamente:



Donde:

AB = H Ctgα

BC = H Tgα

Luego, en el triángulo ABC, aplicamos el teorema de Pitágoras, resultando:

q = $Tg^2\alpha + Ctg^2\alpha$

Completamos convenientemente:

11 = $(Tg\alpha + Ctg\alpha)^2$

Finalmente:

L = $\sqrt{11}$

CLAVE D

20. Reducimos previamente lo que nos piden:

$$C = \frac{Sen3x\,Ctgx - 2Cosx}{2Senx + Cos3x\,Tgx}$$

$$= \frac{Cosx\left(\frac{Sen3x}{Senx} - 2\right)}{Senx\left(2 + \frac{Cos3x}{Cosx}\right)}$$

Utilizamos las auxiliaries de ángulo triple:

$$= \frac{Cosx(2Cos2x+1-2)}{Senx(2+2Cos2x-1)}$$

$$= \frac{Cosx\ \ (2Cos2x-1)}{Senx\ \ (2Cos2x+1)}$$

Pero nos dan de dato:

Ctg (x - π/3) = ½

Por ángulo triple también:

tg (x – π/3) = 2

$$tg\ (3x - \pi) = \frac{3(2)-(2^3)}{1-3(2)^2} = \frac{2}{11}$$

Reduciendo:

tg 3x = 2/11

Entonces C = 11/2

CLAVE B

FÍSICA

21. $P = D^x\ V^y\ A^z$

L2 MT-3 = $L^{-3x} M^x . L^y T^{-y} . L^{2z}$

L2 MT-3 = $L^{-3x+y+2z} M^x T^{-y}$

Igualando exponentes

$\boxed{y = 3}$, x = 1, z = 1

CLAVE D

22. Si el polígono es cerrado se cumple

$\bar{a}+\bar{b}+\bar{c}=\bar{0}$

$3\,\hat{i}+10\,\hat{j}+\vec{b}+-(12\,\hat{i}-6\,\hat{j})=\vec{0}$

$\vec{b}=9\hat{i}-4\hat{j}$

Luego:

$\vec{b}.\vec{c}=(9\hat{i}-u\hat{j}).(-12\hat{i}-6\hat{j})$

$\vec{b}.\vec{c}=-108+24=-84$

CLAVE D

23.

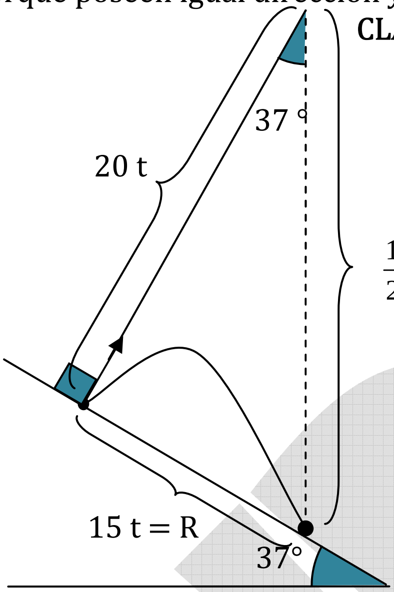
I) V, es un movimiento rectilíneo.

II) V, es un M.R.U.

III) V, porque poseen igual dirección y sentido.

CLAVE A

24.



Por notables:

$\frac{1}{2}(9,81)t^2=25t$

$t=5,097$

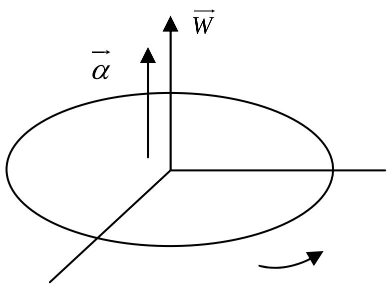
$R=15t=76,45m$

CLAVE B

25.

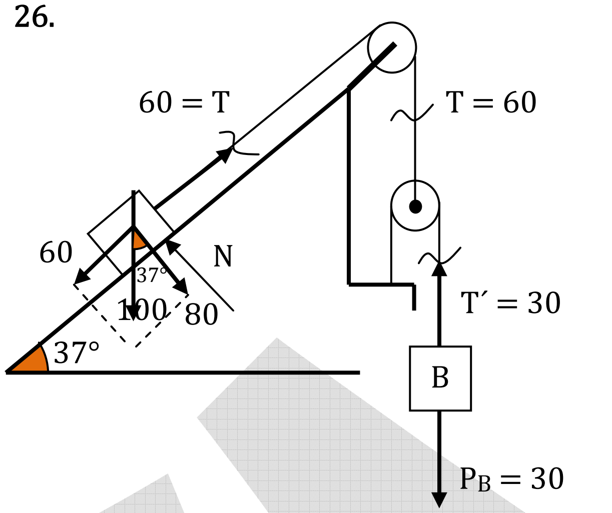
i) $240\frac{rev}{Min}=240\frac{2\pi rad}{60s}=8\pi\frac{rad}{s}$

ii) $\alpha=\frac{W_{+}-W_{0}}{\Delta t}=\frac{8\pi-0}{10}=0,8\pi\frac{rad}{s^2}$



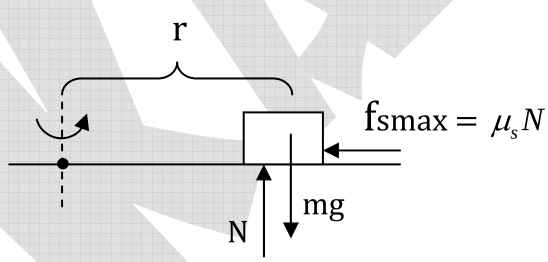
CLAVE D

26.



CLAVE D

27.



$$Fc = mw^2r$$

$$\mu s\cancel{m}g = \cancel{m}w^2r$$

$$\frac{0,2(9,8)}{\left(\sqrt{10}\right)^2}=r$$

$$0196m = r$$

$$19,6 = r$$

CLAVE D

28.

$$EM_A = EM_B$$

$$\frac{1}{2}kx^2 + mgh = \frac{1}{2}MV^2$$

$$\frac{1}{2}k\left(\frac{20}{100}\right)^2 + 2(10)1=\frac{1}{2}(2)6^2$$

$$k = 800\ N/m$$

CLAVE D

29. $\mu_k=\frac{h}{d}=\frac{8}{20}=0,4$

CLAVE B

30.

$$\vec{I} = P_f - P_0$$

$$\overline{F}.\Delta t = m\overline{V}_f - m\overline{V}_0$$

$$\overline{F}(5) = 1000(-40\hat{j}) - 1000(50\hat{i})$$

$$\overline{F} = -8000\hat{j} - 10000\hat{i}$$

$$\overline{F} = -10\hat{i} - 8\hat{j}\ kN$$

CLAVE E

QUÍMICA

31.

I. (F) Los procesos químicos no alterna a los elementos químicos.

II. (V) La destilación permite separar a los líquidos por puntos de ebullición y la extracción separa a gases.

III. (V) Cuando ocurre un cambio de estado, hay una variación de energía.

CLAVE C

32.

I. (V) Salmuera: Sal con agua

II. (V) Amoniaco: NH_3

III. (F) Acero: Fe con C

CLAVE A

33.

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

$$\frac{1}{\lambda} = 109678\text{cm}^{-1}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$\lambda = 109678\text{cm}^{-1}\left(\frac{8}{9}\right) \Rightarrow \lambda = 1{,}0257\times10^{-5}cm\times\frac{1\overset{0}{\text{A}}}{10^{-8}\text{cm}}$$

$$\lambda = 1025{,}7\overset{0}{\text{A}}$$

CLAVE B

34. Catión monovalente ⇨ q = +1

$$\underbrace{1s^2 2s^2 sp^6 3s^2 3p^6}_{18\ e^-} 4s^0 3d$$

$$\underbrace{\upharpoonleft\downharpoonright\ \upharpoonleft\downharpoonright\ \upharpoonleft\downharpoonright\ \upharpoonleft\downharpoonright\ \upharpoonleft\downharpoonright}_{\text{5 orbitales llenos}}$$

\# orb. llenos = 18/2 = 9

En total 9 + 5 = 14 ⇨

$$\begin{array}{l} Z = 29 \\ n^0 = 35 \\ \hline A = 64 \end{array}$$

CLAVE E

35. Grupo VII B → d^5

Periodo = 4 ⇒ n = 4

$[Ar]\ 4s^2 3d^5$ $\quad \upharpoonleft\ \upharpoonleft\ \upharpoonleft\ \upharpoonleft\ \upharpoonleft$

I. (V) z = 18 + 2 + 5 = 25

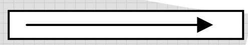
II. (V) $\mu = \sqrt{5\times7}B = 5{,}916B$

III. (F) termina en d, es de transición.

CLAVE D

36.

I. (V)



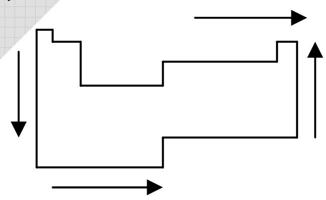
mayor EN

Periodo

II. (V)

mayor radio

III. (F)



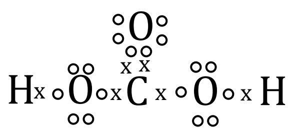
mayor energía de ionización

mayor carga nuclear

CLAVE B

37.

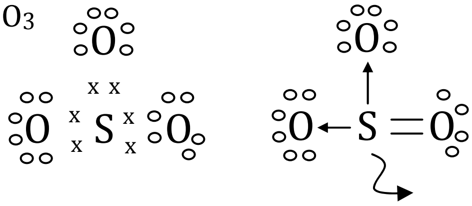
$_1H$	$_1s^1$	$\overset{x}{H}$
$_6C$	$_1s^2 2s^2 2p^2$	C
$_8O$	$_1s^2 2s^2 2p^4$	O



\# α = 5

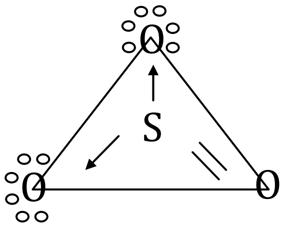
CLAVE D

38. SO_3



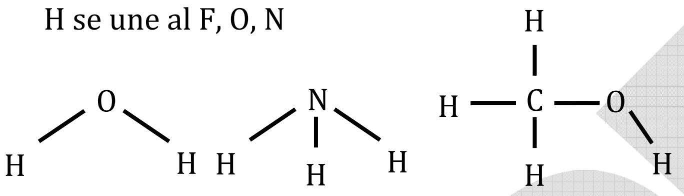
$\sum = 3 + 0 = 3(sp^2)$

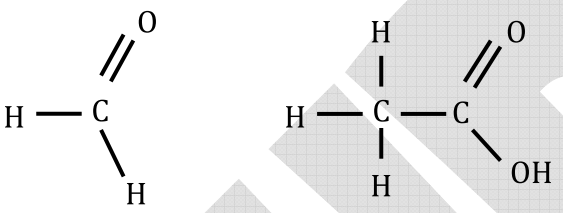
I. (V) $\mu = 0$
II. (F) es trigonal
III. (F) fuerzas de London



CLAVE A

39. Poseen enlace puente hidrógeno cuando el H se une al F, O, N

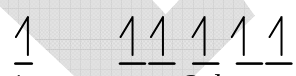




CLAVE C

40.

Z = 24
$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 3d^5$



CLAVE E

41. RESPUESTA E
42. RESPUESTA D
43. RESPUESTA B
44. RESPUESTA C
45. RESPUESTA E
46. RESPUESTA A
47. RESPUESTA C
48. RESPUESTA C
49. RESPUESTA C
50. RESPUESTA B
51. RESPUESTA A
52. RESPUESTA C
53. RESPUESTA B
54. RESPUESTA B
55. RESPUESTA E
56. RESPUESTA B
57. RESPUESTA C
58. RESPUESTA A
59. RESPUESTA B
60. RESPUESTA E