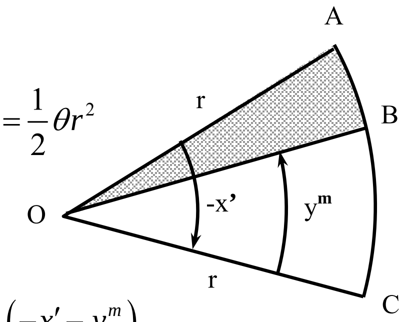
SOLUCIONARIO PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA EUREKA 2010 I

TRIGONOMETRÍA

01. E

Sabemos: $S = \dfrac{1}{2}\theta r^2$



Luego:

$$S_{AOB} = \frac{r^2}{2}\left(-x' - y^m\right)$$

$$= -\frac{r^2}{2}\left[x'\,\frac{1^0}{60'}\,\frac{\pi rad}{180^0} + y^m\,\frac{1^g}{100^m}\,\frac{\pi rad}{200^g}\right]$$

$$= -\frac{\pi r^2}{800}\left[\frac{x}{27} + \frac{y}{50}\right]$$

02. D

El número de vueltas es I.P. a la longitud del radio

De la rueda B:

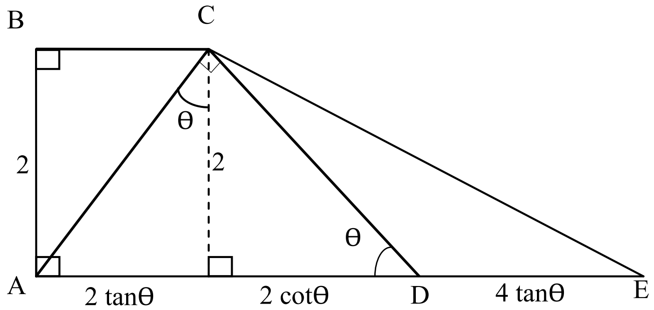
90 RPM x 60 = 5400 revoluciones por hora.

De la rueda C:

180 RPM x 60 x 2π rad = 21600π rad

Puesto que: #V=θ/2π

03. B



Luego:

AE $= 6\tan\theta + 2\cot\theta \geq 2\sqrt{(6)(2)}$

$AE_{max} = 4\sqrt{3}$

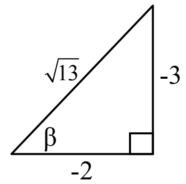
Piden tgθ: $6\tan\theta + 2\cot\theta = 4\sqrt{3}$

$3\tan\theta + \cot\theta = 2\sqrt{3}$

$\tan\theta = 1/\sqrt{3}$

04. C

Sea tanβ=3/2, planteamos el Δ referencial:



Luego:

$$M = \frac{1}{\sqrt{13}}\left[\frac{\sqrt{13}}{-2} - \frac{\sqrt{13}}{-3}\right]$$

$$M = -\frac{1}{6}$$

05. D

De: $\tan\alpha = \tan^2\theta - \tan\theta + 2$

Sea: $\tan\theta = x$; $x^2 - x + 2 = \tan\alpha$

$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = ½$

Reemplazamos $\tan\alpha_{min} = 7/4$; finalmente piden:

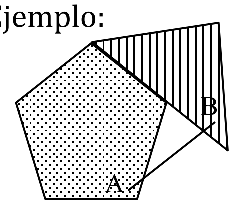
$$L = 65\left(\frac{16}{65}\right) - 5\left(\frac{1}{5}\right) = 15$$

GEOMETRÍA

06. D

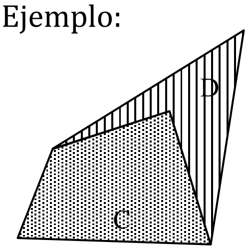
I. Verdadero

Ejemplo:



II. Verdadero

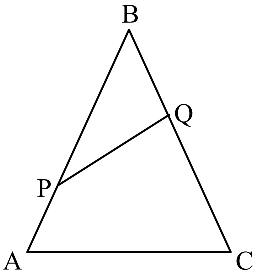
Ejemplo:



III. Falso

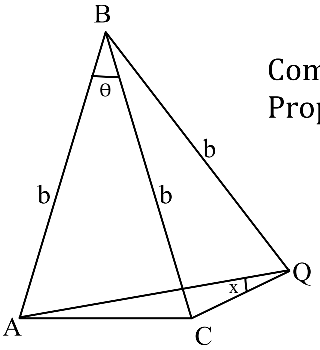
Ejemplo: Si a una región triangular (conjunto convexo) le quitamos un punto (conjunto convexo) de su interior, el conjunto resultante es no convexo.

IV. Verdadero
Ejemplo:



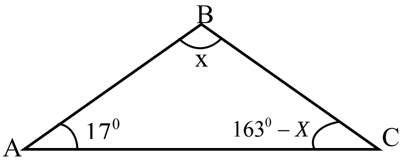
$\overline{PQ} \not\subset \Delta ABC$

07. C
Haciendo el gráfico correspondiente:



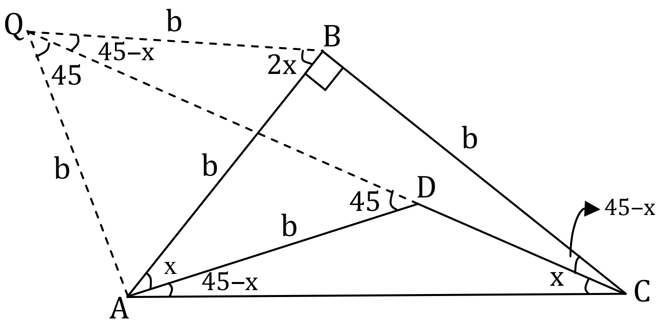
Como: AB=BC=BQ=b, por Propiedad: (Tres piernas)
X=θ/2

08. D
Piden: X_{min} $(X \in \mathbb{Z})$
Dato: BC $>$AB
$17^0 > 163^0 - X$



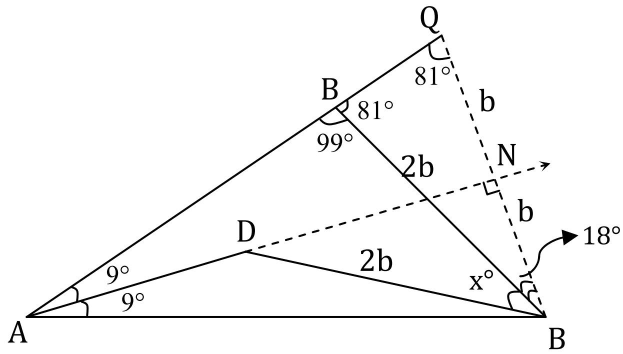
$X > 146^0$
$\therefore X_{min} = 147^0$

09. D
En la prolongación de $\overline{CD}$ se ubica el punto Q tal que BQ = BC, entonces:



$m\measuredangle BQC = 45 - x \quad \wedge \quad m\measuredangle QBA = 2x$
Ahora como: QB = AB = BC = b, entonces:
$m\measuredangle AQC = 45$ (TRES PIERNAS)
AQ = AD = b
$\triangle$ ABQ: equilátero
$2x = 60^0 \rightarrow x = 30^0$

10. D
Haciendo el gráfico correspondiente:



Ahora tracemos $\overline{CQ} \perp \overline{AD}$, luego se deduce que:
CN = NQ = b
ΔBQC: isósceles $\rightarrow$ BC = 2b = CD
ΔBQC: $m\measuredangle BCQ = 18°$
ΔDCN: notable de 30° ^ 60°
X + 18° = 60°
X = 42°

11. A
$p*q \equiv (p \vee q) \wedge \{\sim(p \leftrightarrow q) \vee (p \leftrightarrow q)\}$
$\Rightarrow \equiv (p \vee q) \wedge (V)$
$\Rightarrow \equiv p \vee q$
Luego:
$$\{[(p \vee q)*(p \wedge q)]* \sim q\} \wedge [q \wedge (p \vee q)]$$
$$\equiv \{[(p \vee q) \vee (p \wedge q)] \vee \sim q\} \wedge q$$
$$\equiv \{[p \vee (q \vee (p \wedge q))] \vee \sim q\} \wedge q$$
$$\equiv \{(p \vee q) \vee \sim q\} \wedge q$$
$$\equiv \{p \vee (q \vee \sim q)\} \wedge q$$
$$\equiv \{p \vee (V)\} \wedge q$$
$$\equiv (V) \wedge q$$
$$\equiv q$$

12. E

Sabemos:

$x \in A \leftrightarrow x \in B \equiv (x \in A \wedge x \in B) \vee (x \notin A \wedge x \notin B)$

$\equiv (x \in (A \cap B)) \vee (x \in A^c \wedge x \in B^c)$

$\equiv (x \in (A \cap B)) \vee (x \in (A \cup B)^c)$

$\equiv (x \in \{3,4\}) \vee (x \in \{7,8,9,.....\})$

$\equiv x \in \{3,4,7,8,9,...\}$

$\equiv x \in N - \{1,2,5,6\}$,

Luego: $C \equiv N - \{1,2,5,6\}$

13. D

I. Si $a = 0$, entonces: $0^4 < 0$ (F)

II. Si $a = -2, b = 1, c = 1, d = -2$

$\Rightarrow (-2)(1) < (1)(-2)$ (F)

III. Si a y a^{-1} tienen el mismo signo, por propiedad (V)

14. E

De: $ax^2 + bx + c = 0$

$x_1 + x_2 = -b/a;$ $\quad x_1.x_2 = c/a$

Luego la ecuación de raíces: $-b/a$ y c/a es:

$x^2 - (-b/a + c/a)x + (-b/a)(c/a) = 0$

$a^2x^2 + a(b-c)x - bc = 0$

15. B

$x|x-1| < |x|$ .... (1)

Es evidente que todo valor negativo de x verifica (1), luego:

$S_1 = \langle -\infty ;0 \rangle$, Hallemos las soluciones positivas

-Si $x > 0$ $\quad \Rightarrow x|x-1| < |x|$

$\Rightarrow x|x-1| < x$

$\Rightarrow |x-1| < 1$

$\Rightarrow -1 < x - 1 < 1$

$\Rightarrow 0 < x < 2$

$\Rightarrow x \in \langle 0;2 \rangle = S_2$

Finalmente $S = S_1 \cup S_2 = \langle -\infty ;0 \rangle \cup \langle 0;2 \rangle =$

$\langle -\infty ;2 \rangle - \{0\}$, entonces: a = 2 y b = 0

16. B

$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} \Rightarrow ac = b^2$

Reemplazando:

$a^2 + 2ac + c^2 = 576$

$(a+c)^2 = 576 \Rightarrow a + c = 24$

17. C

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{ab} &= 6\sqrt{2} \\ \sqrt{bc} &= 6 \\ \sqrt{ac} &= 3\sqrt{2} \end{aligned}\right\} x$$

$\sqrt{a^2b^2c^2} = abc = 216$

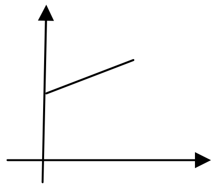
$\sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{216} = 6$

18. D

I. Verdadero

$\frac{AC}{B} = K \Rightarrow \frac{A}{\left(\frac{B}{C}\right)} = K$

II. Falso, por ejemplo



III. Falso

$(100 + 20)\%(100 + 25)\% = \frac{6}{5}. 125\% = 150\%$

19. B

Horas DP	consumo
80	40%
X	$\frac{3}{4}.60\%$

$\frac{80}{40\%} = \frac{X}{5\%} \Rightarrow X = 90$

20. B

$$H\begin{cases} 24\text{ a} = 504\text{ k} \\ 14\text{ a} = 294\text{ k} \end{cases} \qquad H\begin{cases} 26\text{ b} = 494\text{ k} \\ 16\text{ b} = 304\text{ k} \end{cases}$$

H = 38 a = 42 b $\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{21k}{19k}$

El segundo recibe 10 k más:

10 k = 5000 $\Rightarrow$ k = 500

H = 504 k + 294 k = 399000

21. D
Una sustancia química es una porción homogénea de materia.
El azúcar es un compuesto químico.

22. D
Se denomina propiedad intensiva aquella característica que no depende de la masa.
I. Densidad: medida de concentración (intensiva)
II. Temperatura: intensidad de calor (intensiva)
III. Extensión: Espacio que ocupa (extensiva)

23. E
Se llaman eventos químicos cuando existe una alteración interna de la materia.
I. Volatilidad de etanol: rapidez de la evaporación (físico)
II. Sublimación de hielo seco: cambio de estado (físico)
III. Corrosión de las tuberías: proceso electroquímico (químico)

24. C
nº = A – Z
nº = 56 – 26
nº = 30

25. D
I. (V) Dalton propuso que el átomo es indivisible e indestructible.
II. (V) Thomson propuso la existencias de cargas negativas llamados electrones en el átomo.
III. (F) Rutherford propuso que el átomo es esencialmente hueco o vacio.

26. A
Utilizando a ecuación de Rydberg:
$$\frac{1}{\lambda}=R_H\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right)$$
Para n = 5 a n = 1
$$\frac{1}{\lambda}=10^5cm^{-1}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{5^2}\right)$$
$$\frac{1}{\lambda}=10^5cm^{-1}\left(\frac{24}{25}\right)$$
$$\lambda=1,04x10^{-5}cm\left(\frac{10^{-2}m}{1cm}\right)\left(\frac{1\mu m}{10^{-6}m}\right)$$
$$\lambda=0,1\mu m$$

27. C
En el subnivel f hay 14 e^- como máximo

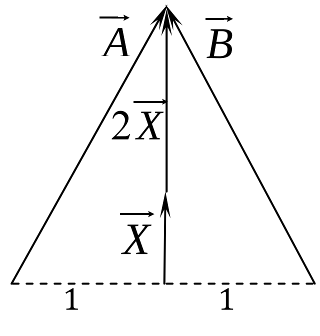
28. B
Se utiliza la ecuación de Luis D′Broglie
$$\lambda=\frac{h}{mv}$$
$$\lambda=\frac{6,62\times10^{-34}J\times s}{1,0073u\times0,1\times3\times10^8m/s}\times\frac{1u}{1,66\times10^{-24}g}\times\frac{10^3g}{1Kg}$$
$$\lambda=1,32\times10^{-14}m$$

29. D

30. A
El más cercano es el de menor energía 1s:
n = 1, l = 0
E = n + l
E = 1 + 0

31. C
$$\left[E\right]=\left[\frac{1}{\alpha}mv^{\alpha}\right]=\left[\frac{1}{2}kx^2\right]$$
$$L^2MT^{-2}=*ML^{\alpha}T^{-\alpha}=*\left[K\right]L^2$$
$$\alpha=2,\ \left[K\right]=MT^{-2}$$
$$\therefore\left[\sqrt[\alpha]{k}\right]=\sqrt{MT^{-2}}=M^{0,5}T^{-1}$$

32. E
$$-3\overrightarrow{X}=\frac{1(-\overrightarrow{A})+1(-\overrightarrow{B})}{2}$$
$$\overrightarrow{X}=\frac{\overrightarrow{A}+\overrightarrow{B}}{6}$$



33. B

$$\vec{A} = 2\hat{i} - 2\hat{k}$$
$$\vec{B} = 2\hat{j} - 2\hat{k}$$

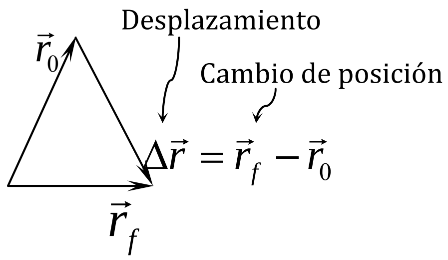
Un vector unitario perpendicular al plano sombreado seria:

$$\frac{\vec{A}\times\vec{B}}{\left|\vec{A}\times\vec{B}\right|}$$

$$\hat{u} = \frac{4\hat{k} - 4\left(-\hat{j}\right) - 4\left(-\hat{i}\right)}{4\sqrt{3}}$$

$$\hat{u} = \frac{\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}}$$

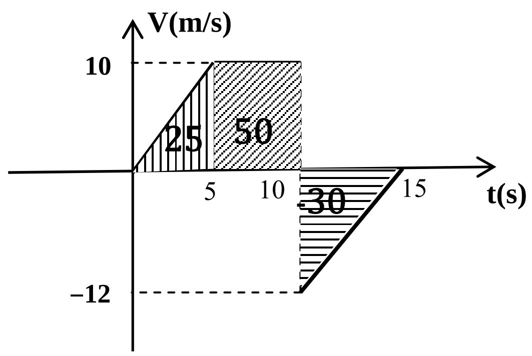
34. C



De la definición: $\vec{V}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

(Son paralelos $\vec{V}_m$ y $\Delta\vec{r}$)

35. B



$$\vec{V}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{25\hat{i} + 50\hat{i} - 30\hat{i}}{15}$$

$$\vec{V}_m = 3\hat{i}$$

36. D

La parábola está dada por

X = C t^2

X = 3, t = 2 → C = ¾

Entonces X = $3/4\,t^2$

Derivando:

V= V=$3\,t\,/2$

37. E

$$\Delta\vec{y} = \vec{V}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

$$-65\hat{j} = 12\hat{j}t + \frac{1}{2}\left(-10\hat{j}\right)t^2$$

$$12t - 5t^2 = -65$$

t = 5

38. E

I. (F) para ser iguales tienen que tener igual modulo, igual dirección e igual sentido.

II. (F) La velocidad es nula y la aceleración es $-10\ \hat{j}\ \ m/s^2$.

III. (F) significa que la velocidad varia 10 m/s en cada segundo.

39. D

$$D = \frac{V^2 sen2\phi}{g}$$

$$32 = \frac{20^2 sen2\phi}{10}$$

$$sen2\phi = \frac{4}{5} \quad \Rightarrow \quad \phi = \frac{53^0}{2}$$

Para mayor tiempo de vuelo:

x^0 = 90 – 53/2 = 127°/2

40. C

Entre t = 0 s y t = 4 s

$$\vec{V}_f = \vec{V}_0 + \vec{a}t$$

$$\vec{V}_f = \vec{0} + \left(2\hat{j}\right)4$$

$$\therefore \vec{V}_f = 8\hat{j}$$

Entre: t = 4 s y t = 6 s

$$\vec{V}_f = \vec{V}_0 + \vec{a}'t$$

$$\vec{V}_f = 8\hat{j} + \left(4\hat{i} + \hat{j}\right)2$$

$$\therefore \vec{V}_f = 8\hat{i} + 10\hat{j}$$

RAZONAMIENTO VERBAL

41. A

42. D

43. A

44. D

45. E

46. D

47. A

48. C

49. D

50. D

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO

51. E

52. D

53. A

54. E

55. D

56. B

57. D

58. E

59. C

60. C